

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ХАРАКТЕРНЫХ СВОЙСТВ МИНЕРАЛЬНОЙ СУСПЕНЗИИ ДЛЯ РАСЧЕТА СКОРОСТИ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦ

¹Булат А.Ф., ¹Надутьй В.П., ¹Челышкина В.В., ¹Курилов В.С.

¹*Институт геотехнической механики им. Н.С. Полякова НАН Украины*

ВИЗНАЧЕННЯ ХАРАКТЕРНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ МІНЕРАЛЬНОЇ СУСПЕНЗІЇ ДЛЯ РОЗРАХУНКУ ШВИДКОСТІ РУХУ ЧАСТИНОК

¹Булат А.Ф., ¹Надутьй В.П., ¹Челишкіна В.В., ¹Курілов В.С.

¹*Інститут геотехнічної механіки ім. М.С. Полякова НАН України*

DETERMINATION OF CHARACTERISTIC PROPERTIES OF MINERAL SUSPENSION FOR CALCULATING THE PARTICLE VELOCITY

¹Bulat A. F., ¹Nadutyi V.P., ¹Chelyshkina V.V., ¹Kurilov V.S.

¹*Institute of Geotechnical Mechanics named by N. Poliakov of NAS of Ukraine*

Аннотация. Расчеты гидравлических аппаратов для разделения минеральных суспензий и извлечения ценных компонентов и отходов основаны на определении скорости стесненного осаждения и всплытия частиц. При определении скорости необходимо знать характеристики суспензии – вязкость, порозность, плотность. В статье предложен метод аналитического расчета этих показателей. Его особенностью является то, что определение указанных характеристик связано лишь с одним параметром – с объемной плотностью среды. Она легко определяется на практике методом взвешивания пробы суспензии в емкости известного объема. Данный метод иллюстрируется на примере характеристик двух водных минеральных суспензий: с плотностью твердых частиц 2,55 г/см³ (золотшлаковые отходы ТЭЦ) и плотностью 2,0 г/см³ (измельченный туф). Для этих суспензий установлены аппроксимационные зависимости указанных характеристик от плотности среды. Установлено, что применение наиболее распространенной модели суспензий в виде дискретной ячеистой структуры дает приемлемые ограничения исследуемых характеристик. Полученные значения входят в рамки типовых показателей минеральных пульп в рабочей зоне гидроклассификаторов и гидросепараторов. Однако ряд известных формул для скорости стесненного движения, которые используют указанную модель, неприемлемы для расчета гидравлических аппаратов, так как учитывают завышенные значения характеристик. Изложенный метод можно использовать для дисперсных систем из двух и большего числа фаз, например, используя средневзвешенные величины компонентов. Предложенный метод расчета характеристик суспензий пригоден для практического использования, учитывая, что в гидравлические аппараты поступает уже классифицированное сырье и частицы имеют небольшой разброс по форме и крупности. Полученные аналитические зависимости характеристик суспензий от плотности используются для расчета скорости как стесненного, так и свободного движения частиц, что является основой для определения технологических и конструктивных параметров при проектировании гидравлических устройств и аппаратов.

Ключевые слова: частицы, суспензия, вязкость, порозность, плотность

В Институте геотехнической механики АН Украины выполняются исследования по разработке способов и оборудования для гидравлической классификации и сепарации минеральных суспензий. В частности, разрабатываются устройства для извлечения угля при переработке продуктов шламохранилищ ТЭЦ и ГРЭС, извлечения янтаря из песчано-глинистых суспензий [1, 2]. Расчет и проектирование таких аппаратов основан на определении скорости стесненного осаждения разнородных частиц в плотной суспензии. Для этого известно множество эмпирических и полуэмпирических формул, среди которых наиболее часто используются формулы Кармана-Козени, С. Эргана, О.М.Тодеса [3, 4].

Во все известные формулы определения скорости входят такие показатели суспензии, как вязкость, порозность или объемная доля просветов между частицами, плотность. Как правило, их определяют экспериментально для каждой конкретной суспензии [4, 5]. Однако таких измерений потребуется множество, учитывая изменение режима в процессе работы оборудования, когда меняются и свойства суспензии. Поэтому актуальна разработка простых и надежных методов аналитического определения характеристик суспензий.

Целью работы являлось получение аналитических аппроксимирующих зависимостей для определения характеристик минеральной суспензии - порозности, вязкости, весовой плотности. Идеей работы является установить простые зависимости указанных характеристик лишь от одного показателя - объемной плотности суспензии. Указанные зависимости требуются для расчета скорости свободного и стесненного движения частиц, что является основой расчетов при проектировании гидравлических аппаратов.

Идея работы основана на высказывании Дж. Ф. Ричардса о том, что «истинная сила тяжести равна весу твердых частиц за вычетом выталкивающей силы. Причем последняя в большей степени зависит от плотности суспензии, чем от плотности жидкости (входящей в состав суспензии), так как вертикальный градиент статистического давления (сила сопротивления) в суспензии определяется ее плотностью» [6]. Отсюда следует, что и скорость движения, определяемая из баланса сил, и вспомогательные величины – порозность, вязкость, целесообразно связать именно с плотностью суспензии, а не с плотностью ожижающего агента, которым в большинстве случаев для гидравлических аппаратов является вода.

Исходные положения. Минеральная пульпа - это относительно плотная бесструктурная суспензия по отношению к перемещающимся в ней частицам. Она может считаться ньютоновской жидкостью с определенной плотностью и вязкостью. В практике обогащения плотность суспензии характеризуют двумя понятиями. Во-первых, это процент твердого θ или весовое содержание твердой фазы - вес сухой твердой фракции по отношению к весу влажной пробы. Во-вторых, это объемная плотность ρ_c , далее – плотность. Это вес вещества в единице объёма, измеряется в граммах твёрдого на литр или на см^3 объема пульпы. Показатели θ и ρ_c рассчитываются по формулам [3]:

$$\theta = \frac{P_m}{P_m + P_{ж}} \cdot 100, \% \quad (1)$$

$$\rho_c = \frac{1}{1 - \frac{\theta}{100} \left(1 - \frac{1}{\rho_m} \right)}, \text{ г/см}^3 \quad (2)$$

Из (2) следует, что:

$$\theta = 100 \frac{\rho_m (\rho_c - 1)}{\rho_c (\rho_m - 1)} \quad (3)$$

где $P_m, P_{ж}$ - вес и $V_m, V_{ж}$ - объем твердого и жидкого, соответственно; ρ_m, ρ_c - плотность частиц твердой фазы и плотность суспензии, соответственно.

Характерные свойства суспензии будем связывать именно с показателем ρ_c поскольку он легко определяется на практике методом взвешивания пробы суспензии в мерной кружке емкостью 1 литр. В рабочей зоне гидравлического аппарата ρ_c может составлять от 1,2 до 1,7 г/см³. В любой точке гидравлического аппарата можно отобрать пробу и методом взвешивания определить плотность ρ_c . Г.Дж. Кинч в 1952 году опубликовал теорию, основанную на том, что скорость падения частиц в дисперсии определяется только локальной концентрацией [4]. Для нашей работы эта гипотеза привлекательна тем, что определив на практике плотность суспензии ρ_c в конкретной точке аппарата, можно рассчитать локальную порозность и вязкость, а затем скорость осаждения-всплытия частиц в этой точке и далее построить картину распределения скоростей в рабочей зоне аппарата. Таким образом, целесообразно установить зависимости порозности и вязкости именно от объемной плотности суспензии ρ_c , также получим зависимость $\theta = f(\rho_c)$ для весового процента твердого.

Возможен случай, когда две суспензии имеют одинаковую плотность ρ_c , но существенно разную крупность. Однако такой вариант редко встречается в практике обогащения, поскольку в гидравлические аппараты поступает уже классифицированное сырье с относительно небольшим разбросом крупности. Если нужно учитывать крупность или форму частиц, то для полученных ниже зависимостей вязкости, порозности и весового процента твердого от плотности целесообразно ввести поправочные коэффициенты. Для этого, например, разделяют материал на фракции - крупную, среднюю, мелкую и используют, относительные геометрические характеристики - площадь поперечного сечения частиц, эквивалентный диаметр и др. Например, в работе [7] приведены формулы для порозности зернистого слоя при значительном различии крупности частиц с учетом фактора формы.

Характерным показателем суспензии является ρ_m - плотность частиц твердой фазы. Для многокомпонентных сред ρ_m можно определять экспериментально или как средневзвешенное содержание компонентов [3] с учетом справочных материалов. В статье в качестве примера приведены зависимости характеристик для двух суспензий. Первая представляла собой водную смесь золы и шлаков (золошлаковые отходы Ново-Краматорской ТЭЦ) с агрегатной плотностью твердых частиц золошлакового материала $\rho_m = 2,55$ г/см³. Вторая - это смесь воды и измельченного туфа Рафаловского базальтового карьера, плотность твердых частиц - от 1,4 до 2,5, в среднем $\rho_m = 2,0$ г/см³. Крупность частиц в обоих случаях составляла от 1,5 мм и менее. Однако, используя описанный ниже метод, можно определить характеристики суспензий из смеси любых разнородных частиц и ожижающих агентов. Для расчетов использовалась программа Ms. Excel, находящаяся в свободном доступе.

Порозность суспензии. Пульпа, как дисперсная система, занимает объем состоящий из объема твердых зерен и объема просветов между ними

заполненных водой. Объемная доля просветов или порозность суспензии определяет динамическую вязкость среды и скорость движения частиц. Например, уравнение Кармана-Козени, связывающее скорость и перепад давления в слое, включает в виде коэффициента сложную функцию порозности [4]. При этом Эпштейн [8] насчитал не менее 20 таких функций, предложенных различными авторами, для описания эффекта изменения порозности. Не меньшее количество формул было предложено в последние годы [7]. Однако, основным методом остается экспериментальное измерение порозности, также иногда ее назначают заданной конкретному значению исходя из физических (геометрических) соображений.

Для экспериментального измерения порозности применяют способы основанные на измерении количества жидкости или газа, заполняющего просветы в слое твердых частиц, [5, 9, 10], также используют способы измерения ослабления различных видов излучения, например, А.С. SU 1377683A1 (1988), Пат. UA 24673 (2013) и другие.

При расчетах скорости стесненного осаждения, часто порозность слоя назначают заданной конкретному значению. Например, А.Н. Плановский [10] принимает порозность в слое равной 0,6, в ряде работ [4 - 6, 9] принимают порозность в зоне разделения (на границе кипящего и условно неподвижного слоев) равной 0,4. Указанные цифры обоснованы следующим.

В комбинаторной геометрии К.Ф. Гаусс доказал, что, при простой регулярной упаковке равных сфер наибольшая достижимая плотность соответствует ромбоэдрической укладке и составляет $\beta = 0,7405$, где β - коэффициент объемной концентрации твердого. Порозность при этом составляет $\varepsilon = 1 - \beta = 1 - 0,7405 = 0,259$. Это предельно низкое значение порозности. Чем больше разбавлена суспензия, тем выше порозность, в пределе она стремится к 1. На границе кипящего и неподвижного слоев тоже применяют модель равных сфер, но с другой - кубической упаковкой. Для нее плотность укладки частиц $\beta = 0,564$, а порозность $\varepsilon = 1 - 0,564 = 0,436$. Исходя из этого ряд авторов [3, 5, 9] используют в расчетах значение порозности 0,4.

Принятые в литературе значения порозности 0,6 и 0,4 характерны для плотно упакованных зернистых слоев. Они реализуются при течении жидкости или газа в засыпках. Однако они не пригодны для минеральной суспензии в гидросепараторах, где пульпа относительно жидкая и не может считаться плотно упакованным слоем. Поэтому актуально установить зависимость порозности от плотности суспензии. Попутно рассмотрим, какая плотность суспензии соответствует указанным значениям порозности 0,4 и 0,6.

При анализе мы тоже используем указанную модель упаковки равных сфер. Она представляется наиболее приемлемой при движении дискретных минеральных частиц в воде. Эта модель накладывает жесткое ограничение, минимальная порозность $\varepsilon = 0,259$. Ниже мы рассмотрим, как это ограничение скажется на остальных характеристиках суспензии.

Просветы между частицами суспензии заполнены водой и порозность определяется как относительное количество жидкости между частицами:

$$\varepsilon = \frac{V_{ж}}{V_{ж} + V_m}, \quad (4)$$

Используя формулы (2), (3), получим:

$$\varepsilon = 1 - \frac{\rho_c}{\rho_m} \cdot \frac{\theta}{100} \quad (5)$$

$$\rho_c = \rho_m(1 - \varepsilon) + \varepsilon \quad (6)$$

Для построения зависимости $\varepsilon = f(\rho_c)$ была получена база данных. При этом варьировался вес твердого и жидкого в суспензии $P_m, P_{ж}$. Для каждой пары P_m и $P_{ж}$ определяли соответствующие значения $V_m = P_m / \rho_m$, $V_{ж} = P_{ж} / \rho_{ж}$, а также рассчитывали θ и ρ_c по формулам (1), (2) а затем ε по формуле (5). Используя полученную базу данных, построена зависимость $\varepsilon = f(\rho_c)$ для двух плотностей твердого $\rho_m = 2,55$ и 2 г/см³ (рис.1).

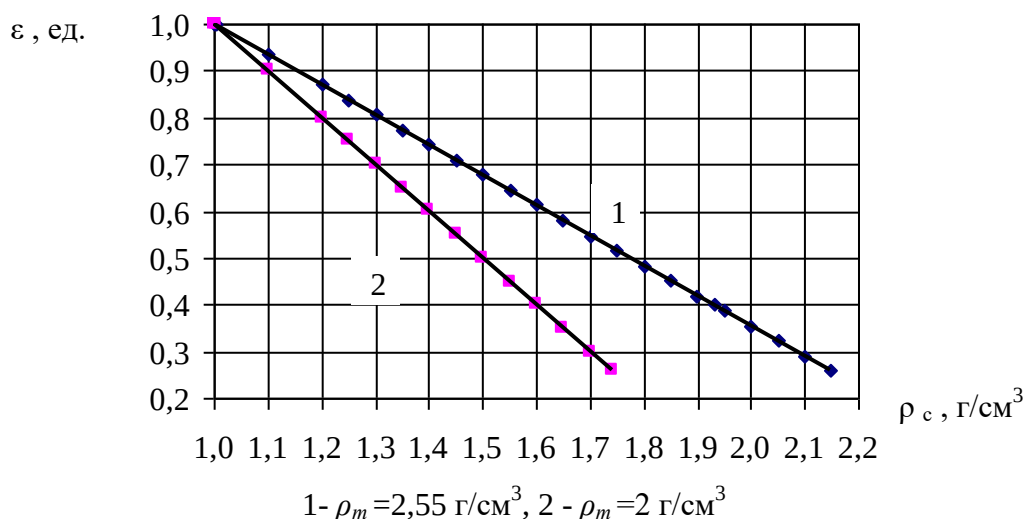


Рисунок 1 – Зависимость порозности от плотности суспензии

Зависимости рис.1 ограничены снизу значением $\varepsilon = 0,259$, а сверху 1. Однако верхнее граничное значение ε лишь стремится к 1, но не достигает ее, так как равенство $\varepsilon = 1$ означает, что вместо суспензии имеет место вода без твердых частиц. Например, значение порозности $\varepsilon = 0,9986$ соответствует плотности суспензии $\rho_c = 1,002$ г/см³. При этом объемная доля твердого $\beta = 1 - \varepsilon = 0,0014$, а весовое содержание твердого по формуле (3) составляет $\theta = 0,3$ %. Это низкое, но отличное от нуля содержание твердого. То есть, частицы присутствуют, и значение порозности $\varepsilon = 0,9986$ соответствует осаждению очень малого числа частиц, в пределе - одиночной частицы.

Из рис.1 видно, что для частиц разной плотности ρ_m одинаковое значение ε достигается при разной плотности суспензии, которая выше для более тяжелых частиц. Также две суспензии с одинаковой плотностью ρ_c имеют разную порозность в зависимости от плотности частиц. Например, при $\rho_c = 1,4$ г/л для

более легких частиц $\varepsilon = 0,6$, для более тяжелых $\varepsilon = 0,742$ (рис.1). Такой характер ε является следствием определения ρ_c по формуле (6) как функции от ρ_m .

Аппроксимация зависимостей рис.1 показывает, что порозность суспензии линейно зависит от плотности:

$$\begin{aligned} - \rho_m = 2,55 \text{ г/см}^3: & \quad \varepsilon = 1,6451 - 0,6451 \cdot \rho_c, \quad R^2 = 0,999, \\ - \rho_m = 2,0 \text{ г/см}^3: & \quad \varepsilon = 2 - \rho_c, \quad R^2 = 0,999 \end{aligned} \quad (7)$$

Как отмечено выше, в ряде работ принимают порозность равной 0,4. Из рис. 1 видно, что значение $\varepsilon = 0,4$ для частиц разной плотности ρ_m достигается при разных условиях: для более легких частиц при плотности суспензии $\rho_c = 1,6 \text{ г/см}^3$, для более тяжелых при $\rho_c = 1,93 \text{ г/см}^3$. То есть это две разные суспензии. Им соответствует разный процент твердого θ . По формуле (5) при $\varepsilon = 0,4$ для более легких частиц $\theta = 75 \%$ для более тяжелых $\theta = 79,3 \%$. Это очень концентрированные суспензии. Такие высокие значения θ практически не встречаются в практике работы гидравлических аппаратов, поскольку при такой плотной суспензии в ней не происходят сепарационные процессы - осаждение и всплытие частиц. Такую плотность могут иметь лишь отходы (пески) сепарации. Например, в песках спиральных классификаторов θ доходит до 70-75 %, в песках гидроциклонов - до $\theta = 80 \%$ [3].

Отсюда следует, что порозность 0,4 не реализуется в рабочей зоне гидравлических аппаратов, где суспензия разбавлена и плотность, как правило, ниже 1,6 г/л. Хотя $\varepsilon = 0,4$ и можно достичь при достаточно низкой плотности твердых частиц и их высокой концентрации, В нашем случае для $\rho_m = 2 \text{ г/см}^3$ и $\rho_c = 1,6 \text{ г/см}^3$ (рис.1), более типичным является случай не жестких частиц и концентрированных эмульсий. В связи с этим, многие известные формулы для расчета скорости стесненного падения, в которых принято $\varepsilon = 0,4$, не пригодны для расчета движения минеральных частиц в гидравлических аппаратах. К таким относятся формулы Тодеса [5, 9], Тодеса-Розенбаума и некоторые другие [3].

Для разбавленных минеральных суспензий, характерных для гидравлических аппаратов, ячеистая кубическая структура децентрализуется и рассредоточивается в пространстве, значение порозности повышается и становится больше 0,4. Для этого случая теоретические расчеты порозности затруднительны даже для простых моделей. Поэтому целесообразно определять порозность с учетом плотности суспензии по предложенной методике, а конкретно для плотности твердых частиц 2,55 и 2 г/см³ рассчитывать по формулам (7). Это дает достаточную для практики оценку ε для суспензий, в которых происходят сепарационные процессы, что необходимо при выполнении конструкторских работ по расчету и проектированию гидравлических (гравитационных) обогатительных аппаратов.

Весовое содержание твердой фазы. В практике обогащения минеральных пульп используется понятие процента твердого – это весовое содержание твердой фазы θ , который характеризует степень разбавления суспензии и показывает влажность пробы [3]. Процент твердого θ – это отношение веса

сухого остатка к весу влажной пробы, тогда как плотность суспензии ρ_c – вес сухого остатка к объему пробы. Зависимость $\theta = f(\rho_c)$ получена аналогично предыдущей – $\varepsilon = f(\rho_c)$ путем построения и анализа базы данных. Для этого в (1) варьировались величины P_m , $P_{ж}$ и рассчитывались параметры θ , ρ_c , ε по формулам (1), (2), (4), соответственно. Расчеты, как и ранее, выполнены для двух плотностей твердого и показаны на рис.2.

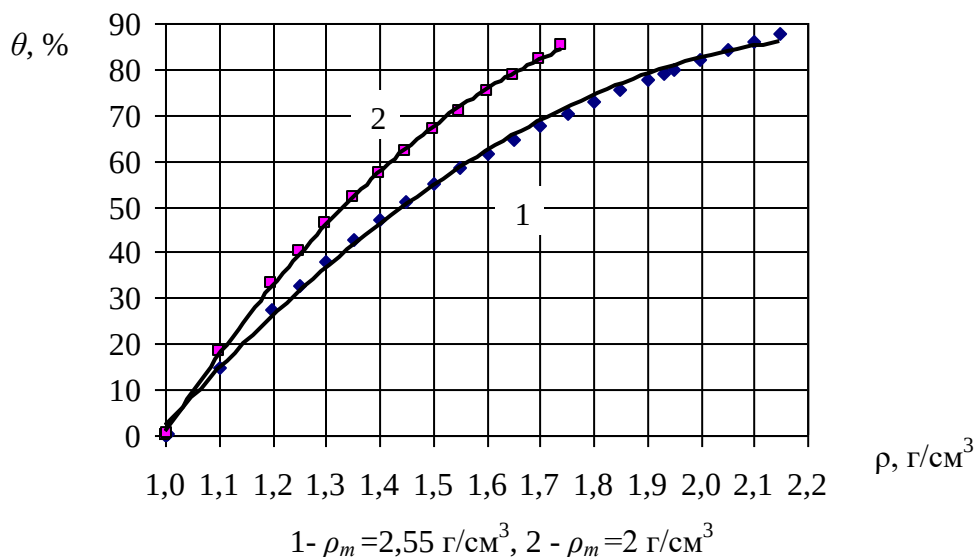


Рисунок 2 – Зависимости весового процента твердого в суспензии от плотности

Зависимости рис.2 с высокой точностью описываются квадратичной параболой:

$$\begin{aligned}
 - \rho_m = 2,55 \text{ г/см}^3: \quad \theta &= -49,436 \cdot \rho_c^2 + 228,81 \cdot \rho_c - 177,43, R^2 = 0,998, \\
 - \rho_m = 2,0 \text{ г/см}^3: \quad \theta &= -85,129 \cdot \rho_c^2 + 346,1 \cdot \rho_c - 260,3, R^2 = 0,999
 \end{aligned} \tag{8}$$

Отметим, что в рамках принятой нами ячеистой модели (при нижнем пределе $\varepsilon = 0,259$) величина θ ограничена сверху: для $\rho_m = 2,55 \text{ г/см}^3$ значением $\theta = 87,9 \%$, для $\rho_m = 2,0 \text{ г/см}^3$ величиной $\theta = 85,1 \%$. Как известно, в песках спиральных классификаторов θ доходит до 70-75 %, в песках гидроциклонов – до $\theta = 80 \%$ [3]. То есть принятая нами модель включает эти практические показатели. Она охватывает достаточно широкий диапазон θ и вполне пригодна для расчета характеристик суспензий и сепарационных процессов.

Также в рамках принятой модели при минимальной порозности $\varepsilon = 0,259$ реализуется максимальная плотность суспензии. Она составляет $\rho_c = 2,15 \text{ г/см}^3$ для частиц с плотностью $2,55 \text{ г/см}^3$ ($\theta = 87,9\%$) и $\rho_c = 1,74 \text{ г/см}^3$ для $\rho_m = 2,0 \text{ г/см}^3$ ($\theta = 85,1\%$). Более высокие значения ρ_c и θ не реализуются, что не противоречит практике эксплуатации гидравлических аппаратов.

Кинематическая вязкость. По вопросу определения вязкости разбавленных и концентрированных дисперсных систем результаты исследований более чем 50 авторов отражены в работе [4]. Практически все известные формулы определения вязкости являются эмпирическими и

полуэмпирическими, причем большинство из них применимы лишь при малой концентрации. Наиболее широкий диапазон порозности ε или объемной концентрации твердой фазы β охватывает формула Вэнда, которая была получена теоретически [11]. Ее подтвердила полуэмпирическая формула Муни, затем Барнеа и Мизрахи успешно использовали ее при определении силы сопротивления и скорости стесненного движения [4].

Формула Вэнда для кинематической вязкости имеет вид:

$$\nu = \nu_0 \exp \frac{2,5\beta + 0,675\beta^2}{1 - 0,609\beta} \quad (9)$$

где $\beta = 1 - \varepsilon$ – объемная доля твердого или коэффициент объемной концентрации твердого в суспензии, $\nu_0 = 0,01 \text{ см}^2/\text{с}$ – кинематическая вязкость воды при 20° .

В работе [2] на основании формулы Вэнда была получена зависимость кинематической вязкости ν от плотности среды для янтареносной суспензии. Более пристальное внимание к этому вопросу позволило нам повысить точность аппроксимации этой зависимости и затем обобщить результаты для других суспензий.

Для построения зависимости $\nu = f(\rho_c)$, как и ранее, в формуле (1) варьировались показатели $P_m, P_{жс}$ и для каждой пары определяли $\theta, \rho_c, \varepsilon, \nu$ по формулам (1), (2), (4), (9) соответственно. Учитывалось ограничение $\varepsilon \geq 0,259$. Результаты расчета показаны на рис.3,а.

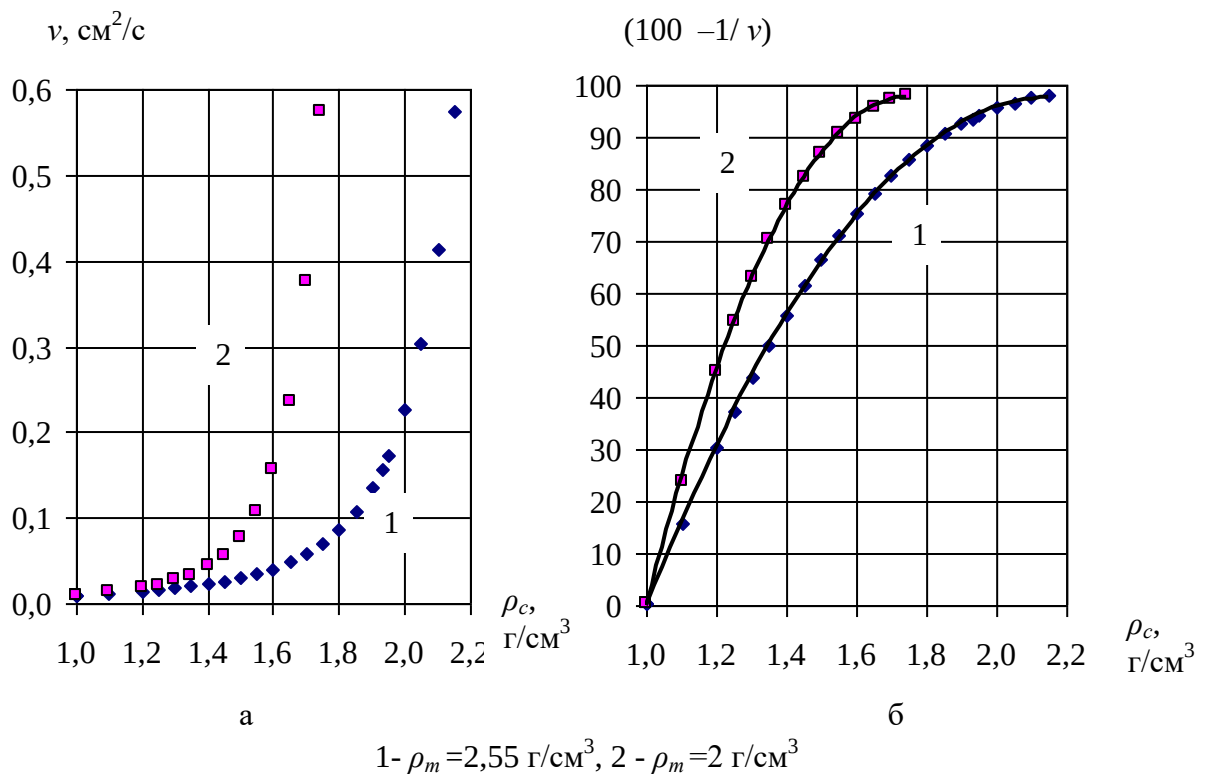


Рисунок 3 – Зависимости кинематической вязкости от плотности суспензии

Получено, что зависимости 1, 2 рис. 3,а плохо аппроксимируются экспоненциальной функцией – квадрат коэффициента корреляции R^2 не превышает 0,96. Поэтому эти зависимости построили в других координатах, а именно: $(x, y) = [(100-1/\nu), \rho_c]$ и аппроксимировали их полиномом 2 степени (рис.3, б). Это позволило повысить R^2 .

Зависимости $\nu = f(\rho_c)$ установлены в следующем виде:

$$- \rho_m = 2,55 \text{ г/см}^3: \quad \nu = \frac{1}{73,169 \cdot \rho_c^2 - 315,56 \cdot \rho_c + 242,57}, \quad R^2 = 0,9999 \quad (10)$$

$$- \rho_m = 2,0 \text{ г/см}^3: \quad \nu = \frac{1}{175,22 \cdot \rho_c^2 - 612,37 \cdot \rho_c + 437,25}, \quad R^2 = 0,9999$$

С увеличением плотности среды до $1,8 \text{ г/см}^3$ и выше точность аппроксимации зависимостей (10) несколько снижается, но в типичном рабочем диапазоне гидравлических аппаратов $1,3 - 1,6 \text{ г/см}^3$ она остается весьма высокой.

Отметим, что в формулу (9) не входят другие показатели кроме порозности. Поэтому, в рамках принятой нами дискретной ячеистой модели, при порозности $\varepsilon = 0,259$ обе исследуемые суспензии и любая другая зернистая суспензия будут иметь одинаковое значение ν . Это наиболее высокое граничное значение кинематической вязкости, оно равно $0,5748 \text{ см}^2/\text{с}$. Как показано выше, также в рамках этой модели имеется ограничение на плотность среды: для частиц с плотностью $\rho_m = 2,55 \text{ г/см}^3$ плотность суспензии $\rho_c \leq 2,149 \text{ г/см}^3$, для частиц с $\rho_m = 2,0 \text{ г/см}^3$ $\rho_c \leq 1,74 \text{ г/см}^3$. Можно, конечно, отказаться от принятой модели и ограничения $\varepsilon = 0,259$ и построить зависимости характеристик от плотности в гораздо более широком диапазоне. Однако это не столь необходимо поскольку, во-первых, при этом снижается точность аппроксимации уравнений аналогичных (7), (8), (10), во-вторых, характеристики, получаемые согласно этой модели, включают в себя рабочий диапазон показателей эксплуатации промышленных гидравлических аппаратов.

Полученные зависимости (7), (8), (10) можно уточнить введением поправочных коэффициентов на крупность и форму частиц. Видимо, предварительно потребуется установить насколько сильно влияет каждая из характеристик на скорость, во-вторых определить как изменит каждую характеристику учет формы и крупности. На первом этапе мы посчитали, что поскольку минеральное сырье предварительно измельчается и классифицируется, то питание гидравлических аппаратов имеет относительно небольшой разброс по крупности и форме частиц. Поэтому в первом приближении аналитические уравнения (7), (8), (10) приемлемы для практических расчетов скорости стесненного осаждения и всплытия частиц на основании чего определяются технологические и конструктивные параметры гидравлических аппаратов.

Выводы. Для расчета скорости свободного и стесненного движения частиц в минеральных суспензиях необходимо задавать порозность (просветность) ε , кинематическую вязкость ν , весовое содержание твердого θ . Для разбавленных суспензий определение этих показателей, как правило, решается путем трудоемких экспериментальных исследований в каждом конкретном случае. Предложен аналитический метод определения указанных характеристик. Его преимуществом является то, что все они связаны лишь с одним показателем – с плотностью суспензии ρ_c (г/см³), которая на практике легко измеряется методом взвешивания. В работе приведены графики и формулы определения ε , ν , θ для двух суспензий, представляющих собой водную смесь твердых частиц с плотностью $\rho_m = 2,55$ г/см³ (золошлаковые отходы) и 2,0 г/см³ (измельченный туф). Аналогичным образом могут быть получены зависимости для других суспензий, в том числе, многокомпонентных.

Анализ зависимостей ε , ν , θ от плотности показал, что применение ячеистой модели зернистого слоя безусловно оправдано, полученные показатели охватывают весь диапазон изменения характеристик пульпы, который реализуется при работе гидравлических аппаратов. Показано, что ряд известных формул расчета скорости стесненного движения, в которых принято фиксированное значение порозности [3, 5, 9, 10], нельзя использовать для расчета гидравлических аппаратов, поскольку они не отражают реальные показатели минеральных суспензий. Изложенный аналитический метод определения характеристик суспензий используется для расчета скорости свободного и стесненного движения частиц, что необходимо для проектирования гидравлических устройств и аппаратов для извлечения ценных компонентов из минеральных пульп.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Надутый В.П., Севастьянов В.С., Костыря С.В. Обоснование целесообразности комплексной переработки золы уноса теплоэлектростанций // Геотехнічна механіка: міжвід. зб. наук. праць / ІГТМ НАН України. Дніпропетровськ. 2016. Вип.131. С. 59-66.
2. Nadutyi, V., Korniyenko, V., Malanchuk, Z., Chelyshkina, O. Analytical presentation of the separation of dense suspensions for the extraction of amber // E3S Web of Conferences 109, 00059 (2019). Essays of Mining Science and Practice <https://doi.org/10.1051/e3sconf/201910900059>
3. Богданов О.С., Олевский В.А., Акиншин И.К. и др. Справочник по обогащению руд. М.: Недра, 1972. Т.1. 447 с.
4. Хаппель Дж., Бреннер Г. Гидродинамика при малых числах Рейнольдса // Перевод с англ. М.: Мир, 1976. 630 с.
5. Аэров М.Э., Тодес О.М., Наринский Д.А. Аппараты со стационарным зернистым слоем: Гидравлические и тепловые основы работы. Л.: Химия, 1979. С. 47-53.
6. Ричардс, Дж. Ф. Начало псевдооживления и однородные системы / В кн.: И. Дэвидсон, Д. Харрисон Псевдооживление. М.: Химия, 1974. С. 37-69.
7. Тарасов, В.И., Томаш А.А., Кривенко С.В. Современные методы исследований и математическое описание строения зернистого слоя // Вісник Приазов. держ. техн. ун-ту : зб. наук. пр. Маріупіль, 2000. Вип. 10. С. 7-9.
8. Epstein N. / Eng. Sc. D. Thesis, New York University, 1954.
9. Айнштейн, В.Г., Захаров М.К., Носов Г.А. и др. Общий курс процессов и аппаратов химической технологии. Кн.1. М.: Химия, 1999. С. 213-232.
10. Плановский А.Н., Рамм В.М., Каган С.З. Процессы и аппараты химической технологии. М.: Химия, 1967. 848 с.
11. Vand V. / J.Phys.Colloid.Chem., 1948. V.52. P.217.

REFERENCES

1. Nadutyi, V.P., Sevastianov, V.S. and Kostyria, S.V. (2016), "Justification of expediency of complex processing of fly ash of thermal power plants", *Geo-Technical Mechanics*, no. 131, pp. 59-66.
2. Nadutyi, V., Korniyenko, V., Malanchuk, Z. and Chelyshkina, O. (2019), "Analytical presentation of the separation of dense suspensions for the extraction of amber", *E3S Web of Conferences* 109, 00059 *Essays of Mining Science and Practice*

<https://doi.org/10.1051/e3sconf/201910900059>

3. Bogdanov, O.S., Olevskiy, V.A. [and others] (1972), *Spravochnik po obogaschenyu rud* [Handbook for ore enrichment], vol.1, Nedra, Moscow, SU.
4. Happel, J. and Brenner, H. (1965), Low Reynolds number hydrodynamics, New York University, Prentice-Hall, US.
5. Aerov, M.E., Todes, O.M. and Narinskyi D.A. (1979), *Apparaty so statsionarnym zernistym sloem: Gidravlicheskie i teplovye rezhimy raboty* [Devices with a stationary granular layer: Hydraulic and thermal fundamentals of work], Chemistry, Leningrad, SU.
6. Richards, J. F. (1974), "The beginning of fluidization and homogeneous systems", In Davidson, J.F., Harrison D. Fluidization, Chemistry, Moscow, SU, pp. 37-69.
7. Tarasov V.I., Tomash A.A. and Krivenko S.V. (2000), "Modern research methods and mathematical description of the structure of the granular layer", *Vistnik Priazov. derzh. tekhn. University*, Vol.. 10, pp. 7- 9.
8. Epstein N. (1954). Eng. Sc. D. Thesis, New York University
9. Einstein, V.G., Zakharov, M.K., Nosov G.A. [and others] (1999), *Obshchiy kurs protsessov i apparatov khimicheskoy tekhnologii* [General course of processes and apparatuses of chemical technology], Vol.1, Chemistry, Moscow, SU, pp. 213-232.
9. Planovsky, A.N., Ramm, V.M. and Kagan, S.Z. (1967), *Protsessy i apparaty khimicheskoy tekhnologii* [Processes and devices of chemical technology], Chemistry, Moscow, SU.
11. Vand V. (1948). J.Phys.Colloid.Chem., Vol.52, p. 217.

Об авторов

Булат Анатолий Федорович, доктор технических наук, профессор, академик НАН Украины, директор Института геотехнической механики им. Н.С. Полякова НАН Украины (ИГТМ НАН Украины), Днепр, Украина

Надутьий Владимир Петрович, доктор технических наук, профессор, заведующий отделом механики машин и процессов переработки минерального сырья, Институт геотехнической механики им. Н.С. Полякова НАН Украины (ИГТМ НАН Украины), Днепр, Украина, nadutyvp@gmail.com

Чельишкіна Валентина Васильевна, кандидат технических наук, старший научный сотрудник отдела механики машин и процессов переработки минерального сырья, Институт геотехнической механики им. Н.С. Полякова НАН Украины (ИГТМ НАН Украины), Днепр, Украина, chel.valenti@gmail.com

Курилов Владислав Сергеевич, аспирант отдела механики машин и процессов переработки минерального сырья, Институт геотехнической механики им. Н.С. Полякова НАН Украины (ИГТМ НАН Украины), Днепр, Украина, papuycv@gmail.com

About the authors

Bulat Anatolii Fedorovich, Doctor of Technical Sciences (D.Sc.), Professor, Head of M.S. Poliakov Institute of Geotechnical Mechanics of National Academy of Sciences of Ukraine (IGTM, NASU), Dnipro, Ukraine

Nadutyi Volodymyr Petrovych, Doctor of Technical Sciences (D.Sc.), Professor, Head of the Department of Mechanics of Mineral Processing Machines and Processes, M.S. Poliakov Institute of Geotechnical Mechanics of National Academy of Sciences of Ukraine (IGTM, NASU), Dnipro, Ukraine, nadutyvp@gmail.com

Chelyshkina Valentyna Vasylivna, Candidate of Technical Sciences (Ph.D.), Senior Researcher in the Department of Mechanics of Mineral Processing Machines and Processes, M.S. Poliakov Institute of Geotechnical Mechanics of NAS of Ukraine (IGTM, NASU), Dnipro, Ukraine, chel.valenti@gmail.com

Kurilov Vladyslav Sergiiovych, Doctoral Student in the Department of Mechanics of Mineral Processing Machines and Processes, M.S. Poliakov Institute of Geotechnical Mechanics of NAS of Ukraine (IGTM, NASU), Dnipro, Ukraine, papuycv@gmail.com

Анотація. Розрахунки гідравлічних апаратів для розділення мінеральних суспензій і вилучення цінних компонентів та відходів засновані на визначенні швидкості стисненого осадження і спливання частинок. При визначенні швидкості необхідно знати характеристики суспензії - в'язкість, порозність, щільність. У статті запропоновано метод аналітичного розрахунку цих показників. Його особливістю є те, що визначення зазначених характеристик пов'язано лише з одним параметром - з об'ємною щільністю середовища. Вона легко визначається на практиці методом зважування проби суспензії в ємності відомого об'єму. Даний метод ілюструється на прикладі характеристик двох водних мінеральних суспензій: з щільністю твердих частинок 2,55 г / см³ (золотошлакові відходи ТЕС) і щільністю 2,0 г / см³ (подрібнений туф). Для цих суспензій встановлені апроксимаційні залежності зазначених характеристик від щільності середовища. Встановлено, що застосування найбільш поширеною моделі суспензій у вигляді дискретної коміркової структури дає прийнятні обмеження досліджуваних характеристик. Отримані значення входять в рамки типових показників мінеральних пульп в робочій зоні гідрокласифікаторів та гідросепараторів. Однак ряд відомих формул для швидкості стисненого руху, які використовують зазначену модель, неприйнятні для розрахунку гідравлічних апаратів, тому що враховують завищені значення характеристик. Викладений метод можна застосувати для дисперсних систем з двох і більшого числа фаз, наприклад, використовуючи середньозважені величини компонентів. Запропонований метод розрахунку характеристик суспензій придатний для практичного використання, враховуючи, що в гідравлічні апарати надходить вже класифікована сировина і частинки мають невеликий роздріб за формою і крупністю. Отримані аналітичні залежності характеристик суспензій від щільності використовуються для розрахунку

швидкості як стисненого, так і вільного руху частинок, що є основою для визначення технологічних і конструктивних параметрів при проектуванні гідравлічних пристроїв і апаратів.

Ключові слова: частинки, суспензія, в'язкість, порозність, густина.

Annotation. Calculations of hydraulic devices for separating mineral suspensions and extracting valuable components and waste are based on determining the speed of constrained deposition and surfacing of particles. When determining the speed, it is necessary to know such characteristics of the suspension as viscosity, porosity, density. The article offers a method for analytical calculation of these indicators. Its peculiarity is that the definition of these characteristics is associated with only one parameter – the volume density of the medium (substance). It is easily determined in practice by weighing a sample of suspension in a container of a known volume. This method is illustrated by the characteristics of two water-based mineral suspensions: with a solid particle density of 2.55 g / cm³ (ash and slag waste from a thermal power plant) and a density of 2.0 g/cm³ (crushed tuff). For these suspensions, the approximate dependences of these characteristics on the density of the medium (substance) are established. It is established that the application of the most common suspension model in the form of a discrete cellular structure provides acceptable limitations of the studied characteristics. The obtained values are within the scope of typical indicators of mineral pulps in the working zone of hydro-classifiers and hydro-separators. However, a number of well-known formulas for the speed of restricted movement that use this model are unacceptable for calculating hydraulic devices since they take into account inflated values of characteristics. The described method can be used for dispersed systems of two or more phases, for example, using weighted average values of components. The proposed method for calculating the characteristics of suspensions is suitable for practical use, given that the hydraulic apparatus receives already classified raw materials and the particles have a small variation in shape and size. The obtained analytical dependences of suspension characteristics on density are used for calculating speed of both constrained and free movement of particles, which is the basis for determining technological and design parameters in the design of hydraulic devices and apparatuses.

Keywords: particles, suspension, viscosity, porosity, density.

Стаття надійшла до редакції 6.08. 2020

Рекомендовано до друку д-ром техн. наук Б.О. Блюссом